



**ÉTUDES MATHÉMATIQUES**  
**NIVEAU MOYEN**  
**ÉPREUVE 1**

Mercredi 5 mai 2010 (après-midi)

Numéro de session du candidat

1 heure 30 minutes

0	0							
---	---	--	--	--	--	--	--	--

**INSTRUCTIONS DESTINÉES AUX CANDIDATS**

- Écrivez votre numéro de session dans la case ci-dessus.
- N'ouvrez pas cette épreuve avant d'y être autorisé(e).
- Une calculatrice à écran graphique est nécessaire pour cette épreuve.
- Répondez à toutes les questions dans les espaces prévus à cet effet.
- À moins qu'il en soit indiqué autrement dans l'énoncé de la question, toutes les réponses numériques doivent être exactes ou données avec trois chiffres significatifs corrects.



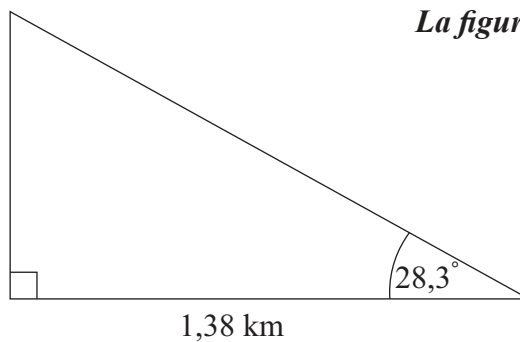
Le maximum des points sera attribué aux réponses correctes. Lorsque la réponse est fausse, certains points seront accordés si la méthode utilisée est correcte, pour autant que le raisonnement soit indiqué par écrit. Si cela est nécessaire, les calculs peuvent être poursuivis en dessous de la case réservée à la réponse. Les solutions obtenues à l'aide de calculatrices à écran graphique doivent être accompagnées d'un raisonnement adéquat. Par exemple, si des graphiques sont utilisés pour trouver la solution, veuillez inclure un croquis de ces graphiques dans votre réponse.

1. José se tient à 1,38 kilomètre d'une falaise verticale.

(a) Exprimez cette distance en mètres.

[1 point]

José estime l'angle entre l'horizontale et le bord supérieur de la falaise à  $28,3^\circ$  et il s'en sert pour trouver la hauteur de la falaise.



(b) Trouvez la hauteur de la falaise d'après le calcul de José. **Exprimez votre réponse, en mètres, arrondie à l'entier le plus proche.**

[3 points]

(c) La hauteur réelle de la falaise est 718 mètres. Calculez le pourcentage d'erreur fait par José lorsqu'il a calculé la hauteur de la falaise.

[2 points]

Résolution :

Réponses :

- (a) \_\_\_\_\_
- (b) \_\_\_\_\_
- (c) \_\_\_\_\_



2. (a) Complétez la table de vérité ci-dessous. [3 points]

$p$	$q$	$p \wedge q$	$p \vee (p \wedge q)$	$(p \vee (p \wedge q)) \Rightarrow p$
V	V			
V	F			
F	V			
F	F			

(b) Précisez si l'énoncé composé  $(p \vee (p \wedge q)) \Rightarrow p$  est une contradiction, une tautologie ou ni l'une ni l'autre. [1 point]

On considère les énoncés suivants.

$p$ : Feng finit ses devoirs  
 $q$ : Feng va au match de football

(c) Écrivez sous forme symbolique l'énoncé suivante.

*Si Feng ne va pas au match de football, alors Feng finit ses devoirs.* [2 points]

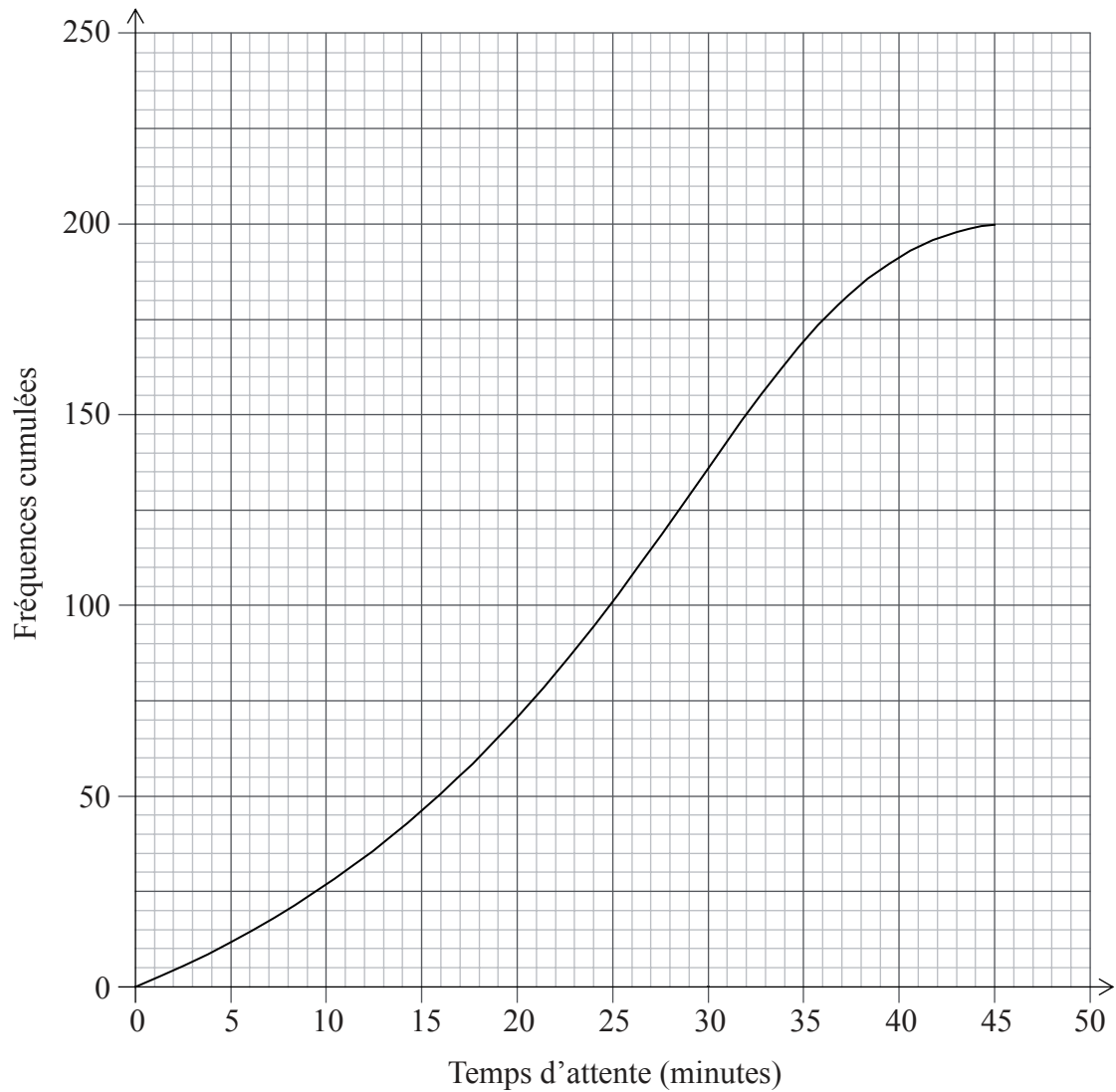
Résolution :

Réponses :

(b) \_\_\_\_\_  
(c) \_\_\_\_\_



3. La courbe des fréquences cumulées montre le temps en minutes qu'ont passé 200 élèves à attendre leur train un certain matin.



- (a) Donnez le temps d'attente médian. [1 point]
- (b) Trouvez l'intervalle interquartile pour le temps d'attente. [2 points]

*(Suite de la question à la page suivante)*

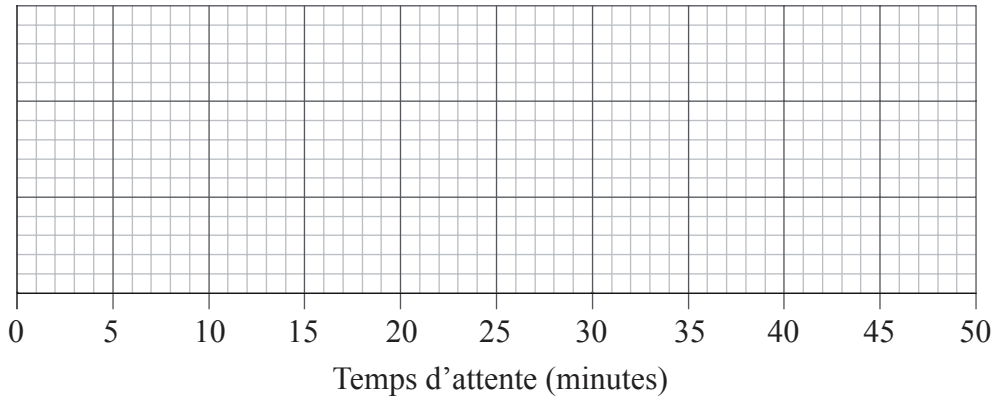


(Suite de la question 3)

Le temps d'attente minimum est zéro et le temps d'attente maximum est 45 minutes.

- (c) Dessinez un diagramme à boîtes et moustache dans le repère ci-dessous pour représenter ces informations.

[3 points]



Résolution :

Réponses :

- (a) \_\_\_\_\_
- (b) \_\_\_\_\_



4. La droite  $L_1$  a pour équation  $y = -\frac{1}{2}x - 2$ .

(a) Donnez l'ordonnée à l'origine de  $L_1$ . *[1 point]*

(b) Donnez la pente de  $L_1$ . *[1 point]*

La droite  $L_2$  est perpendiculaire à  $L_1$  et passe par le point (3; 7).

(c) Donnez la pente de la droite  $L_2$ . *[1 point]*

(d) Trouvez l'équation de  $L_2$ . Écrivez votre réponse sous la forme  $ax + by + d = 0$ , avec  $a, b, d \in \mathbb{Z}$ . *[3 points]*

*Résolution :*

*Réponses :*

- (a) \_\_\_\_\_
- (b) \_\_\_\_\_
- (c) \_\_\_\_\_
- (d) \_\_\_\_\_



5. La moyenne des dix nombres listés ci-dessous est 6,8.

$$8; 5; 5; 10; 8; 4; 9; 7; p; q$$

(a) Donnez une équation en fonction de  $p$  et  $q$ . [2 points]

Le mode de ces dix nombres est cinq et  $p$  est inférieur à  $q$ .

(b) Donnez la valeur de

(i)  $p$ ;

(ii)  $q$ . [2 points]

(c) Trouvez la médiane de ces dix nombres. [2 points]

*Résolution :*

*Réponses :*

(a) \_\_\_\_\_

(b) (i) \_\_\_\_\_

(ii) \_\_\_\_\_

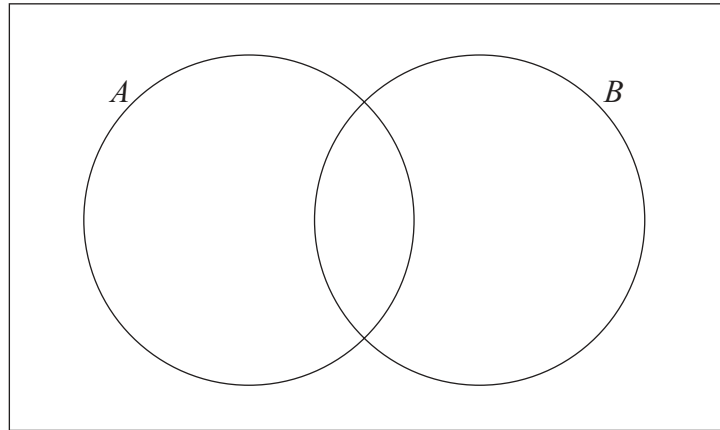
(c) \_\_\_\_\_



6. On a demandé à un groupe de 30 élèves ce qu'ils aiment mettre sur leur toast.

18 aiment le beurre de cacahouète ( $A$ )  
10 aiment la confiture ( $B$ )  
6 n'aiment ni l'un ni l'autre

(a) Représentez ces informations sur le diagramme de Venn ci-dessous. [2 points]



(b) Trouvez le nombre d'élèves qui aiment à la fois le beurre de cacahouète et la confiture. [2 points]

(c) Trouvez la probabilité qu'un élève choisi au hasard dans le groupe aime le beurre de cacahouète, sachant qu'il aime la confiture. [2 points]

Résolution :

Réponses :

(b) \_\_\_\_\_

(c) \_\_\_\_\_





7. Pour un concert, le chœur est disposé en rangée suivant une suite arithmétique. Il y a 20 chanteurs au quatrième rang et 32 chanteurs au huitième rang.

(a) Trouvez la raison de cette suite arithmétique. [3 points]

Le chœur est disposé sur 10 rangées et il y a 11 chanteurs au premier rang.

(b) Trouvez le nombre **total** de chanteurs dans le chœur. [3 points]

*Résolution :*

*Réponses :*

(a) \_\_\_\_\_

(b) \_\_\_\_\_



8. Soit  $P(A) = 0,5$  ,  $P(B) = 0,6$  et  $P(A \cup B) = 0,8$  .

(a) Trouvez  $P(A \cap B)$  . [2 points]

(b) Trouvez  $P(A|B)$  . [2 points]

(c) Précisez si  $A$  et  $B$  sont des événements indépendants. Expliquez votre réponse. [2 points]

*Résolution :*

*Réponses :*

- (a) \_\_\_\_\_
- (b) \_\_\_\_\_
- (c) \_\_\_\_\_



9. Pour une étude de marché, on a interrogé des hommes et des femmes pour déterminer si le type de café qu'ils boivent dépend du sexe. Les types de café sont Cappuccino, Latte, Americano, Macchiato et Espresso. Un test du  $\chi^2$  a été effectué au seuil de signification de 5 % et la valeur du  $\chi^2$  trouvée était de 8,73.
- (a) Donnez
    - (i) l'hypothèse nulle ;
    - (ii) l'hypothèse alternative. [2 points]
  - (b) Donnez le nombre de degrés de liberté pour ce test. [1 point]
  - (c) Donnez la valeur critique pour ce test. [1 point]
  - (d) Précisez si le type de café bu est indépendant du sexe. Expliquez votre réponse. [2 points]

*Résolution :*

*Réponses :*

- (a) (i) \_\_\_\_\_
- (ii) \_\_\_\_\_
- (b) \_\_\_\_\_
- (c) \_\_\_\_\_
- (d) \_\_\_\_\_



10. Astrid a investi 1200 euros pendant cinq ans au taux d'intérêt nominal annuel de 7,2 %, **composé mensuellement**.

- (a) Trouvez les intérêts gagnés par Astrid pendant les cinq années de son investissement. **Donnez votre réponse correcte à deux chiffres après la virgule près.**

[3 points]

Helen a investi 1200 euros avec un taux **d'intérêt annuel simple** dans un programme sur cinq ans. Elle gagne les **mêmes** intérêts qu'Astrid.

- (b) Trouvez le taux d'intérêt simple de ce programme.

[3 points]

Résolution :

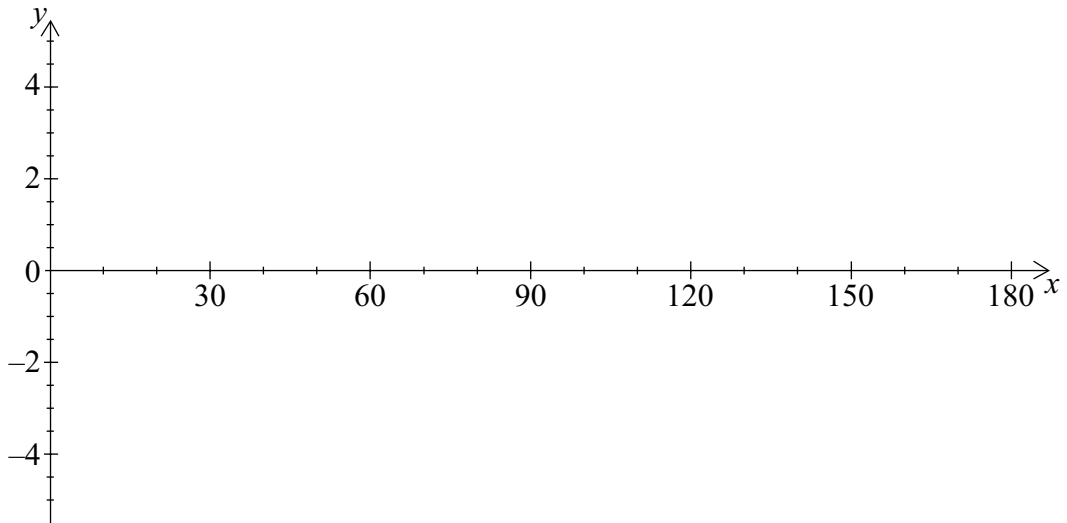
Réponses :

- (a) \_\_\_\_\_
- (b) \_\_\_\_\_



11. On considère la fonction  $y = 3 \cos(2x) + 1$ .

(a) Esquissez la représentation graphique de cette fonction pour  $0 \leq x \leq 180^\circ$ . [3 points]



(b) Donnez la période de cette fonction. [1 point]

(c) En utilisant votre calculatrice à écran graphique, trouvez la **plus petite** valeur possible de  $x$ ,  $0 \leq x \leq 180^\circ$ , pour laquelle  $3 \cos(2x) + 1 = 2$ . [2 points]

Résolution :

Réponses :

(b) \_\_\_\_\_

(c) \_\_\_\_\_



12. Une rumeur se répand dans un groupe d'adolescents en suivant un modèle exponentiel.

$$N = 2 \times (1,81)^{0,7t}$$

$N$  représente le nombre d'adolescents qui ont entendu la rumeur  $t$  heures après le moment où elle a démarré.

- (a) Trouvez le nombre d'adolescents qui ont démarré cette rumeur. [2 points]
  
- (b) Donnez le nombre d'adolescents qui ont entendu la rumeur cinq heures après son début. [1 point]
  
- (c) Déterminez combien de temps il faudra pour que 150 adolescents aient entendu la rumeur. **Donnez votre réponse arrondie à la minute la plus proche.** [3 points]

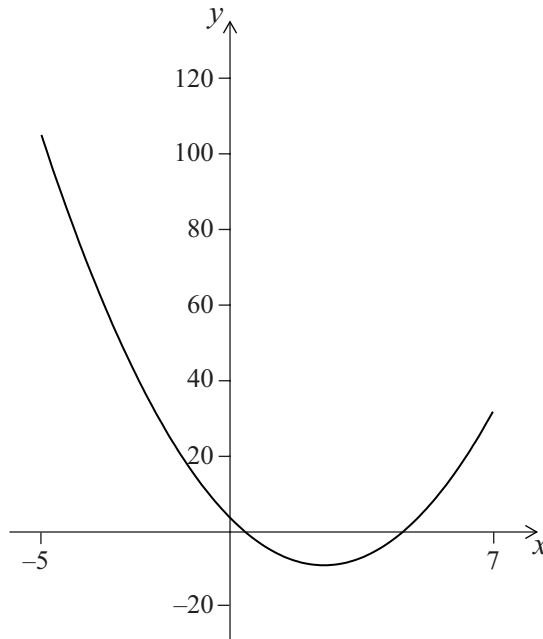
Résolution :

Réponses :

- (a) \_\_\_\_\_
- (b) \_\_\_\_\_
- (c) \_\_\_\_\_



13. La représentation graphique de  $y = 2x^2 - rx + q$  est dessinée pour  $-5 \leq x \leq 7$ .



La représentation graphique coupe l'axe des ordonnées en (0; 4).

(a) Donnez la valeur de  $q$ . [1 point]

L'axe de symétrie est  $x = 2,5$ .

(b) Trouvez la valeur de  $r$ . [2 points]

(c) Donnez la valeur minimum de  $y$ . [1 point]

(d) Donnez l'image de  $y$ . [2 points]

Résolution :

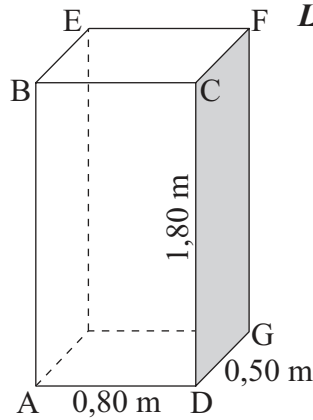
Réponses :

- (a) \_\_\_\_\_
- (b) \_\_\_\_\_
- (c) \_\_\_\_\_
- (d) \_\_\_\_\_



14. Un parallélépipède rectangle a les dimensions suivantes.

- Longueur 0,80 mètre (AD)
- Largeur 0,50 mètre (DG)
- Hauteur 1,80 mètre (DC)



*La figure n'est pas à l'échelle*

- (a) Calculez la longueur de AG. [2 points]
- (b) Calculez la longueur de AF. [2 points]
- (c) Trouvez la mesure de l'angle entre AF et AG. [2 points]

Résolution :

Réponses :

- (a) \_\_\_\_\_
- (b) \_\_\_\_\_
- (c) \_\_\_\_\_





15. Le tableau suivant donne les variations de  $f'(x)$ , la fonction dérivée de  $f(x)$ , sur le domaine  $-4 < x < 2$ .

$x$	$f'(x)$
$-4 < x < -2$	$< 0$
$-2$	$0$
$-2 < x < 1$	$> 0$
$1$	$0$
$1 < x < 2$	$> 0$

(a) Précisez si  $f(0)$  est supérieur, inférieur ou égal à  $f(-2)$ . Expliquez votre réponse. [2 points]

Le point  $P(-2; 3)$  est sur la représentation graphique de  $f(x)$ .

(b) Donnez l'équation de la tangente à la représentation graphique de  $f(x)$  au point P. [2 points]

(c) À partir des informations données sur  $f'(x)$ , précisez si le point  $(-2; 3)$  est un maximum, un minimum ou ni l'un ni l'autre. Expliquez votre réponse. [2 points]

Résolution :

Réponses :

- (a) \_\_\_\_\_
- (b) \_\_\_\_\_
- (c) \_\_\_\_\_

